نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی
جلد ۳۲، شماره ۱، بهار ۱۳۹۷، ص. ۱۶-۱

Journal of Agricultural Economics and Development
Vol. 32, No. 1, Spring 2018, p. 1-16

کاربرد درخت دوجمله‌ای در تعیین قیمت اختیارمعامله آسیایی و محاسبه پارامترهای حساسیت ریسک (مطالعه موردی کنجاله سویا و ذرت دانه‌ای)

اسماعیل پیش بهار[1]*- مریم باغستانی[2]- قادر دشتی[3]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۰۸
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۰۲

چکیده

بورس کالای ایران می‌تواند با استفاده از ابزارهای مشتقه مانند قراردادهای آتی و اختیارمعامله نقش زیادی در رفع دغدغه و نگرانی فعالان بازار محصولات استراتژیک کشاورزی ازجمله کنجاله سویا و ذرت داشته باشد. هدف این مطالعه تعیین قیمت اختیارمعامله آسیایی و پارامترهای حساسیت این نوع اختیارمعامله می‌باشد. از بین روش‌های کمی برای محاسبه مشتقات و پارامترهای حساسیت ریسک اختیارمعامله، مدل درخت دوجمله‌ای به‌وفور مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مطالعه حاضر قیمت اختیارمعامله آسیایی با میانگین حسابی و هندسی و همچنین دو نوع قیمت انقضاء ثابت و شناور برای دو محصول کنجاله سویا و ذرت دانه‌ای با استفاده از مدل درخت دوجمله‌ای محاسبه گردید. همچنین حساسیت قیمت اختیارمعامله به تغییرات (تغییر در قیمت دارایی پایه، دلتا، نوسان قیمت، زمان باقی‌مانده تا سررسید و نرخ بهره بدون ریسک) با استفاده از پارامترهای حساسیت سنجیده و میزان اثرگذاری آن‌ها محاسبه گردید. داده‌های موردنیاز این مطالعه به‌صورت سری زمانی قیمت هفتگی از فروردین ۱۳۹۲ الی مرداد ۱۳۹۵ جمع‌آوری گردیده است و جهت تجزیه‌وتحلیل از نرم‌افزار DerivaGem و متلب استفاده می‌گردد. نتایج نشان داد که اختیار آسیایی نسبت به اختیار ساده اروپایی ارزان‌تر است. افزایش قیمت دارایی، افزایش میزان نوسان قیمت دارایی و افزایش نرخ بهره بدون ریسک سبب افزایش قیمت اختیارمعامله خرید می‌شود و با کاهش زمان باقی‌مانده تا سررسید، با فرض ثابت ماندن بقیه عوامل، از ارزش اختیارمعامله کاسته می‌شود. به‌طورکلی می‌توان گفت برای اتخاذ یک موقعیت مناسب در اختیارمعامله، لازم است تمام متغیرهای مؤثر بر قیمت را در نظر گرفته و با توجه به میزان حساسیت اختیارمعامله به هر یک از این متغیرها، راهبرد مناسبی را برای پوشش ریسک این قراردادها در نظر گرفت.

واژه‌های کلیدی: اختیارمعامله، بورس کالا، حق معامله، مدل دوجمله‌ای، یونانی‌ها

مقدمه

کنجاله سویا یکی از مهم‌ترین منابع تغذیه طیور و دام و منبع اصلی تأمین پروتئین مورد نیاز طیور و درنتیجه از مهم‌ترین نهاده‌های تولید گوشت در ایران و بسیاری از کشورهای جهان است. پس از گندم و جو، ذرت سومین محصول استراتژیک کشاورزی در جهان است. این محصول ارزشمند افزون بر این‌که نزدیک به ۷۰ درصد از خوراک دام و طیور را فراهم می‌کند، دانه‌ای سودمند به‌منظور تولید روغن خوراکی، نشاسته، گلوکز و ماده اولیه در تولید صنعتی است (۱۰). با توجه به افزایش جمعیت و نیاز روزافزون به گوشت مرغ و تخم‌مرغ، نوسان قیمت کنجاله سویا و ذرت می‌تواند موجب نوسان قیمت گوشت سفید و تخم‌مرغ شود. در این میان بورس کالای ایران می‌تواند با استفاده از ابزارهای مشتقه مانند قراردادهای آتی و اختیار معامله نقش زیادی در رفع دغدغه و نگرانی فعالان بازار محصولات استراتژیک کشاورزی ازجمله کنجاله سویا و ذرت داشته باشد.

ابزارهای معاملاتی گوناگونی جهت انجام انواع معاملات در بورس راه‌اندازی شده و یا در دست راه‌اندازی است. به‌طورکلی برای انواع قراردادهای مورد معامله در بورس کالای ایران تاکنون سه بازار معرفی شده است که شامل بازار فیزیکی، بازار مشتقه و بازار فرعی می‌باشد. در هر یک از این بازارها قراردادهای متنوعی برای معاملات کالاهای مختلف مورداستفاده قرار می‌گیرد. به‌طور مثال در بازار معاملات کالای فیزیکی، کالاها در قالب معاملات نقد، سلف و نسیه مورد دادوستد قرار می‌گیرند. در بازار معاملات مشتقه قراردادهای متفاوتی از قبیل قراردادهای آتی و اختیارمعامله می‌تواند بر روی

۱، ۲ و ۳- به ترتیب دانشیار، دانشجوی دکتری و استاد اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز
(*- نویسنده مسئول: Email: pishbahar@yahoo.com)
DOI: 10.22067/jead2.v32i1.62744

دارایی‌های پایه مختلف مورد معامله قرار گیرد. اختیارمعامله[۱] قراردادی است که همانند سایر قراردادها در آن دو طرف یا دو گـروه معـاملاتی وجود دارد، خریدار اختیار[۲] و فروشنده اختیـار[۳]، بـه‌نحـوی‌کـه در ایـن قرارداد حق خرید و یا فروش دارایی با یک قیمـت معـین بـه خریـدار واگذار می‌شود. برخلاف قرارداد آتی، در این نوع قرارداد هـیچ الزامـی برای خریدار جهت اعمال آن به وجود نمی‌آید. در این قرارداد خریـدار به ازای دریافت اختیار خرید و یا فروش دارایی، مبلغی را تحت عنـوان حق معامله[۴] به فروشنده اختیار می‌دهد که درواقـع قیمـت یـا هزینـه قرارداد اختیارمعامله[5] است (۱۱).

در قرارداد اختیارمعامله قیمت تعیـین‌شـده‌ای کـه خریـدار اختیـار می‌تواند دارایی را به آن قیمت خریداری نموده و یـا بفروشـد، قیمـت اعمال[۶] و یا قیمت توافقی[۷] نامیده مـی‌شـود. همچنـین اختیـارمعاملـه مدت‌زمان مشخصی دارد که حق خرید و یا فروش دارایی تا پایان این مدت‌زمان معتبر خواهد بود که به آن تاریخ انقضا[۸] مـی‌گوینـد. ازنظـر زمان اعمال حق اختیار، هر اختیـارمعاملـه مـی‌توانـد آمریکـایی[۹] و یـا اروپایی[۱۰] باشد. تفاوت این دو نوع اختیارمعامله به زمان اعمال اختیـار مربوط است. اختیار معامله آمریکایی در هر زمان از طول مـدت عمـر قرارداد تا زمان سررسید قرارداد قابل اعمال است، ولـی اختیـارمعاملـه اروپایی فقط در زمان سررسید قرارداد قابلیت اعمال دارد. اختیارمعاملـه آسیایی که به اختیار میانگین[۱۱] نیز معروف است، نـوعی اختیارمعاملـه است که در آن تسویه نهایی به قیمت میانگین دارایـی پایـه در طـول مدت‌زمان عمر اختیار معامله بستگی دارد. اختیارمعامله آسیایی ریسک مربوط به فروشنده اختیار را کاهش می‌دهد و به خریدار اجازه می‌دهد همزمان منابعش را با یک قیمت ارزان‌تر حفظ کند. برای کالاهایی که قیمت آن‌ها مستعد پرش[۱۲] و یا جهش‌های تنـد[۱۳] مکـرر مـی‌باشـند، اختیار معامله آسیایی، ریسک پایه تقویمی[۱۴] را کاهش می‌دهد. ازآنجـا که نوسان قیمت میانگین کمتر از قیمت معمولی است، این نوع اختیار معامله ارزان‌تر از نوع استاندارد آن یعنی اختیـارمعاملـه اروپـایی سـاده است (۲۰). در این مطالعه به بررسی روش درخـت دوجملـه‌ای جهـت قیمت‌گذاری قرارداد اختیارمعامله آسیایی در مورد نهاده کنجاله سویا و ذرت دانه‌ای پرداخته می‌شود.

از مطالعاتی که درزمینه بازار اختیارمعامله انجام‌شده است می‌توان به مطالعه عبداللهی عزت‌آبادی و نجفی (۱) اشاره نمود که در مطالعـه خود پس از اندازه‌گیری نوسان‌های تصـادفی و غیـر تصـادفی قیمـت پسته در ایران، به بررسی امکـان اسـتفاده از بازارهـای آتـی و اختیـار معامله در کاهش ایـن نوسـان‌هـا پرداختـه‌انـد. ایشـان از روش‌هـای والیس- مور و والد-ولفویتز از گـروه روش‌هـای ناپارامتریـک و روش دوربین واتسون از گروه روش‌های پارامتریک جهت بررسـی تصـادفی بودن یک سری قیمت استفاده گردیده است. نتایج نشان داده است که نزدیک به ۵۰ درصد از نوسـانات قیمـت پسـته در سـطح تولیدکننـده تصادفی و پیش‌بینی نشدنی است و به ابزاری مناسب جهـت کـاهش این نوسانات نیاز هست. همچنین نتایج حاصله حاکی از آن است کـه محصول پسته از تمامی جهات برای معامله در بازارهای آتی و اختیـار معامله مناسب هست. یحیی‌زاده و حسـن‌نـژاد (۱۹) در مطالعـه‌ای بـه امکان‌سنجی به‌کارگیری اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران با توجه به ساختار آن پرداخته‌اند. ابعاد مفهومی به‌کارگیری اختیار معامله در بازار سرمایه ایران از دو بعد فنی- ساختاری و بازارسنجی در بورس اوراق بهادار تهران مورد بررسی قرارگرفتـه اسـت. بـه‌منظـور بررسـی ساختار بورس اوراق بهادار تهران از بعد فنی- ساختاری جهت استفاده از اختیارمعامله، اطلاعات موردنیاز از طریـق مصـاحبه بـا مسـئولین و خبرگان بازار سرمایه جمع‌آوری‌شده است. نتـایج ایـن تحقیـق نشـان می‌دهد که شرکت‌های سرمایه‌گذاری علاقه‌مند به اسـتفاده از اختیـار معامله سهام و اختیارمعاملـه شـاخص در بـورس اوراق بهـادار تهـران می‌باشند و همچنین امکان به‌کارگیری اختیارمعاملـه در بـورس اوراق بهادار تهران وجود دارد. کیمیاگری و آفریده ثانی (۱۴) در مطالعه خود به بررسی روشی مناسب جهت قیمـت‌گـذاری اختیـارمعاملـه در بـازار بورس سهام ایران پرداخته‌اند. آنالیز دو روش بلک-شـولز[۱۵] و درخـت دوتایی در این مطالعه نشان می‌دهد که مدل اول مدلی مناسب بـرای قیمت‌گذاری اختیارمعامله سهام با نوسان پایین و مدل درخت دوتـایی مدلی مناسب جهت قیمت‌گذاری سهام با نوسان بالا مـی‌باشـد. مـدل پیشنهاد شده این مطالعه مدلی ترکیبی از این دو روش می‌باشد که در آن فاکتور انتخاب روش عامل نوسان سهم می‌باشـد. بـرای محاسـبه مقدار کمی حد ممیز نوسان، به محاسبه میانگین نوسـان بـازار ایـران پرداخته شده است. درنهایت مـدل ارائـه شـده بـه دو روش ریاضـی- تحلیلی و نظرسنجی از خبرگان اعتبارسـنجی گردیـده و اعتبـار مـدل توسط هر دو روش تأیید گردیده است. سلیمانی سروستانی و ابراهیمی

1- Options
2- Option Buyer or Option Holder
3- Option Seller or Writer or Issue
4- Premium
5- Option Price
6- Exercise Price
7- Strike Price
8- Expiration Date or Exercise Date or Strike Date or Maturity
9- American Option
10- European Option
11- Average Option
12- Jumps
13- Spikes
14- Calendar Basis Risk
15- Black–Scholes

(۱۸) روش درخت دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی در مدل پرش انتشار را بررسی و هم‌ارزی آن با روش تفاضلی صحیح را نشان دادند. در این مقاله، همگرایی روش درخت دوجمله‌ای برای اختیار آسیایی با استفاده از تجزیه تحلیل عددی و مفهوم راه‌حل ویسکوزیته به اثبات رسید. نبوی چاشمی و قاسمی چالی (۱۷) قیمت اختیار خرید و اختیار فروش و پارامترهای پنج‌گانه یونانی‌ها را برای ۳۷ شرکت فعال در بورس توسط مدل دوجمله‌ای محاسبه نمودند. در این مطالعه با تحلیل خروجی‌های مدل و بررسی مسیر حرکت و تغییرات قیمت سهام و قیمت اختیار به کمک مدل دوجمله‌ای و نیز سنجش حساسیت قیمت اختیار به تغییرات توسط پارامترها، چگونگی مدیریت ریسک و مواضع معاملاتی اتخاذ شده از سوی سرمایه‌گذاران بیان‌شده است.

بویل و پوتاپچیک[1] (۳) در مطالعه خود علاوه بر قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی، به اهمیت کشش‌های قیمتی که به اعداد یونانی در اختیارمعامله معروف می‌باشند نیز اشاره می‌کنند و همزمان با بیان روش‌های مختلف قیمت‌گذاری، به چگونگی اندازه‌گیری این پارامترها نیز می‌پردازند. روش‌های موردبحث در این مطالعه شامل روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو، روش تفاضل محدود و روش‌های شبه تحلیلی متعددی می‌باشد. نتایج این مطالعه نشان داده است که استفاده از تکنیک متغیر کنترلی در شبیه‌سازی مونت‌کارلو کارایی این روش را افزایش می‌دهد. فوسای و همکاران[2] (۸) با به دست آوردن توابع مولد گشتاور قیمت این نوع اختیارمعامله را با در نظر گرفتن رفتار فصلی و نیز رفتار بازگشت به میانگین محاسبه نموده‌اند. نتایج این مطالعه به همراه روش تبدیل فوریه سریع که توسط کار و مادان[3] (۴) جهت قیمت‌گذاری اختیارمعامله پیشنهاد شده است، این امکان را ایجاد کرده است که بتوان روش دقیقی برای استخراج قیمت اختیارمعامله آسیایی در حالتی که داده‌ها ناپیوسته می‌باشند را به دست آورد. ژانگ[4] (۲۰) روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را برای قیمت‌گذاری اختیار آسیایی حسابی به‌کاربرده است. در این مطالعه به توضیح روش مونت‌کارلو و تکنیک‌های موجود جهت افزایش کارایی این روش پرداخته شده است. ازجمله تکنیک‌هایی که در این مطالعه جهت کاهش واریانس روش مونت‌کارلو مورد استفاده و مقایسه قرار گرفته است تکنیک متغیر کنترلی و تکنیک متغیر متضاد می‌باشد. نتایج مطالعه حاکی از آن است که استفاده از این تکنیک‌ها کارایی و دقت روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را افزایش می‌دهد. چانگ و ونگ[5] (۵) در قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی از روش تحلیلی با توجه به رفتار سری قیمت کالا یعنی وجود پدیده بازگشت به میانگین و جهش قیمتی استفاده نموده‌اند. در این مدل سایز جهش‌ها از توزیع نمایی پیروی می‌کند و برای لحاظ کردن جهش در مدل از توزیع پوآسن استفاده شده است. همچنین فرض شده است که رفتار براونی، سرعت جهش و سایز جهش به‌طور مستقل از یکدیگر عمل می‌کنند. روش تحلیلی مورد استفاده در این مطالعه جهت قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی روش تبدیل فوریه سریع می‌باشد. نتایج عددی این مطالعه حاکی از آن است که روش تحلیلی نسبت به روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو از دقت بیشتری برخوردار است. جاکو و همکاران (۱۳) نیز روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را در قیمت‌گذاری اختیار آسیایی در دو بازار الکتریسیته و نفت با در نظر گرفتن رفتار فصلی و جهش‌های قیمتی در این بازارها مورد استفاده قرار داده است. در این مطالعه جهت به دست آوردن قیمت اختیارمعامله آسیایی حسابی در بازار الکتریسیته به دلیل عدم وجود بازار آتی از داده‌های تاریخی استفاده شده است و با استفاده از این داده‌ها و با در نظر گرفتن اجزای مختلفی برای پروسه قیمت به استخراج پروسه قیمت این محصول پرداخته شده است. هروات و مدویگو (۹) در مطالعه خود به مقایسه دو روش شبیه‌سازی و نیمه تحلیلی در قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی پرداخته‌اند. در این مطالعه روش تبدیل لاپلاس به عنوان یک روش نیمه‌تحلیلی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج مطالعه نشان داده است که دنیای شگفت‌انگیز کامپیوتر در زمان حال توانسته است قدرت نسبی هر دو روش شبیه‌سازی و نیمه‌تحلیلی را در قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی افزایش دهد. در یک تحلیل مقایسه‌ای بر اساس سرعت و قابلیت اطمینان، تبدیل لاپلاس می‌تواند با کاستن مقدار بحرانی از ۰/۰۱ به ۰/۰۰۵، و کاهش مقدار زمان مورد نیاز برای محاسبه از ۳۰-۲۰ ثانیه به ۴-۳ ثانیه، نسبت به شبیه‌سازی برتری داشته باشد. مون و همکاران (۱۶) به مطالعه یک روش درختی کارآمد برای قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی پرداخته‌اند. در روش درختی استاندارد، قیمت اختیارمعامله در هر گره از درخت محاسبه می‌شود. درحالی‌که در روش پیشنهادی این مطالعه، یک بازه در فاصله هر دو گره تعریف می‌شود و قیمت اختیارمعامله میانگین در این بازه تخمین زده می‌شود. این روش هم می‌تواند به‌طور مستقل به عنوان یک روش درختی جدید مطرح شود و هم با ترکیب با دیگر روش‌های درختی، موجب افزایش کارایی قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی گردد. نتایج عددی این مطالعه نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در قیمت‌گذاری اختیار آسیایی، نسبت به دیگر روش‌های درختی، دقت بیشتری دارد.

همان‌طور که در مرور مطالعات پیشین ملاحظه گردید، در تعیین قیمت اختیارمعامله آسیایی روش مشخص و دقیقی وجود ندارد. از بین روش‌های موجود جهت تعیین قیمت اختیار آسیایی، روش درخت دوجمله‌ای به‌وفور مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه با

1- Boyle and Potapchik
2- Fusai et al
3- Carr and Madan
4- Zhang
5- Chung and Wong

استفاده از مدل دوجمله‌ای به تعیین قیمت اختیارمعامله پرداخته می‌شود. همچنین چگونگی تأثیر تغییرات عوامل مؤثر در تعیین قیمت اختیارمعامله با استفاده از پارامترهای حساسیت اختیارمعامله سنجیده می‌شود. مطالعاتی که تاکنون در داخل کشور در مورد اختیار معامله انجام شده است بر روی بورس سهام بوده و مطالعه خاصی در مورد اختیارمعامله آسیایی در بورس کالا و بالأخص کالای کشاورزی انجام نشده است. همان‌گونه که در ابتدای مقدمه گفته شد اختیار معامله آسیایی به دلیل ارزان‌تر بودن و کاهش ریسک می‌تواند انتخاب مناسب‌تری برای کالاهای کشاورزی باشد. به همین دلیل این مطالعه به بررسی چگونگی قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی و تعیین پارامترهای حساسیت برای دو کالای ذرت و کنجاله می‌پردازد.

مواد و روش‌ها

قیمت اختیارمعامله از دو جزء تشکیل می‌شود: ارزش ذاتی[۱] و ارزش زمانی[۲]. معمولاً ارزش ذاتی، حداقل ارزش اختیارمعامله است و نمی‌تواند منفی باشد. در اختیار خرید، اگر قیمت جاری دارایی کمتر از قیمت اعمال قرارداد باشد ارزش ذاتی اختیار برابر با صفر است و در این حالت گفته می‌شود قرارداد «اختیارمعامله بی‌قیمت (بی‌ارزش)»[۳] است. در حالت برابری قیمت اعمال و قیمت جاری دارایی بازهم ارزش ذاتی برابر با صفر و اصطلاحاً گفته می‌شود «اختیارمعامله به قیمت»[۴] است. حالتی که قیمت اعمال کمتر از قیمت جاری دارایی باشد برای خریدار قرارداد سود وجود دارد و ارزش ذاتی قرارداد مثبت می‌شود و اصطلاح «اختیارمعامله باقیمت (باارزش)»[۵] را به کار می‌برند. «ارزش زمانی» یک اختیار به عوامل متعددی بستگی دارد. نوسان قیمت دارایی، نسبت قیمت انقضا به قیمت جاری، نرخ بهره و نرخ بازدهی دارایی و مدت‌زمان باقی‌مانده تا زمان سررسید دارایی ازجمله این عوامل می‌باشند. می‌توان گفت هر چه مدت‌زمان باقی‌مانده تا زمان سررسید بیشتر باشد، ارزش زمانی نیز بیشتر است. نوسان قیمت نیز رابطه مستقیمی با ارزش زمانی اختیارمعامله دارد (۱۱).

دو نوع اختیارمعامله آسیایی وجود دارد: نوع اول اختیارمعامله با نرخ میانگین[۶] (اختیارمعامله با قیمت انقضای ثابت[۷]) می‌باشد که یک اختیار معامله برای مواردی است که تسویه نقدی صورت می‌گیرد و

1- Intrinsic Value
2- Time Value
3- Out The Money Option (OTM)
4- At The Money Option (ATM)
5- In The Money Option (ITM)
6- Rate of Option Average
7- Fixed Strike

قیمت نهایی آن بر مبنای تفاوت قیمت میانگین دارایی مورد نظر در طول عمر اختیار معامله و قیمت اعمال است. اگر K قیمت اعمال، S_t قیمت بازار در زمان t و $\bar{S}_{t_0,t_n}$ میانگین قیمت در طول دوره قرارداد باشد، ارزش اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت ($V_{Rate of Option Average}$) برابر است با:

$$V_{Rate of Option Average} = e^{-rT} \max(\bar{S}_{t_0,t_n} - K, 0) \qquad (۱)$$

نوع دوم اختیار آسیایی، اختیار معامله قیمت اعمال میانگین[۸] (اختیار معامله با قیمت انقضای شناور[۹]) می‌باشد. این اختیار معامله برای موارد تسویه نقدی و فیزیکی دارایی پایه است و همانند اختیار خریدوفروش است با این تفاوت که قیمت اعمال برابر با قیمت میانگین دارایی پایه در طول عمر اختیارمعامله است. ارزش این اختیار معامله ($V_{Average Strike}$) برابر است با:

$$V_{Average\ Strike} = e^{-rT} \max(S_T - \bar{S}_{t_0,t_n}, 0)$$

$$\bar{S}_{t_0,t_n} = \frac{\sum_{t_i=t_0}^{t_n} S_{t_i}}{t_n - t_0} \qquad (0 \le t_0 < T \qquad t_n = T) \qquad (۲)$$

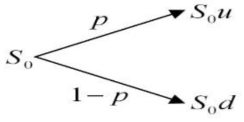
که در رابطه ۲ S_T قیمت بازار در زمان انقضای قرارداد می‌باشد. هر دوی این اختیارمعامله‌های آسیایی برای اختیار خریدوفروش می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرند. از نظر زمان اجرا معمولاً این اختیارها، اروپایی هستند؛ اما امکان اجرا قبل از تاریخ انقضا نیز وجود دارد و در آن صورت میانگین‌های مورد نظر تا زمان قبل از موعد، مورد محاسبه قرار خواهند گرفت. دوره میانگین می‌تواند از روز صفر و یا روز بعد از آن شروع شود. محاسبه میانگین مورد نظر می‌تواند به‌صورت حسابی و یا هندسی باشد. در عمل، اغلب قراردادهای اختیار آسیایی از نوع میانگین حسابی قیمت دارایی مورد نظر می‌باشند. در این حالت قیمت اختیارمعامله‌ی حاصله، راه‌حل دقیق و ساده تحت فرضیات مدل استاندارد بلک- شولز را ندارد. در اغلب تکنیک‌های محاسبه قیمت اختیارمعامله آسیایی، فرض می‌شود که سری قیمت (S_t) دارای رفتار براونی هندسی و درنتیجه دارای توزیع لاگ نرمال[۱۰] است. قیمت‌گذاری اختیار آسیایی تحت این فرض مشکل است؛ چراکه میانگین قیمت‌ها دارای توزیع لاگ نرمال نمی‌باشد. به‌طور کلی قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی چه ازنظر عددی و چه از لحاظ تکنیکی مشکل می‌باشد. باوجود اینکه در سال‌های اخیر این نوع اختیارمعامله مورد توجه بسیاری قرار گرفته است، ولی تکنیک منحصربه‌فردی که به‌طور گسترده برای قیمت‌گذاری اختیار آسیایی

8- Average Strike Option
9- Floating Strike
10- Log-normal distribution

مورد پذیرش باشد وجود ندارد (۳).

مدل درخت دوجمله‌ای یک تکنیک مفید و متداول برای قیمت‌گذاری اختیارمعامله است. این مدل به‌صورت نمودار است که مسیرهای مختلفی که احتمال دارد قیمت دارایی در طی عمر اختیارمعامله طی کند را نشان می‌دهد. نقطه آغازین مدل دوجمله‌ای، شبکه‌بندی کردن ارزش‌های آتی دارایی مورد نظر است. هنگام استفاده از مدل درخت دوجمله‌ای، از اصل ارزش‌گذاری تحت شرایط بی‌تفاوتی نسبت به ریسک استفاده می‌شود. این اصل می‌گوید که ارزش‌گذاری مشتقاتی که وابسته به قیمت دارایی هستند، با فرض اینکه در شرایط بی‌تفاوت نسبت به ریسک هستیم، صورت می‌گیرد. به‌عبارت‌دیگر به‌منظور ارزش‌گذاری یک اختیارمعامله می‌توان فرض کرد که: ۱- نرخ بازده مورد انتظار از دارایی معامله شده، برابر با نرخ بهره بدون ریسک است. ۲- جریانات نقدی آتی را می‌توان با تنزیل ارزش مورد انتظار آن‌ها با نرخ بهره بدون ریسک ارزش‌گذاری کرد (۱۱).

فرض می‌شود حرکت‌های قیمت دارایی در فاصله‌های زمانی کوتاه‌مدت به‌صورت دوشاخه‌ای می‌باشد. این فرض که اساس و زیربنای بسیاری از روش‌های کمی است، اولین‌بار توسط کاکس و همکاران (۱۱) مطرح گردید. اختیارمعامله صادره روی دارایی که سود نمی‌پردازد را در نظر بگیرید. در مرحله اول، طول عمر اختیارمعامله را به مقدار زیادی فاصله زمانی کوتاه‌مدت با طول Δt تقسیم می‌کنیم. فرض می‌کنیم که در هر فاصله زمانی، قیمت اولیه دارایی از S_0 به یکی از دو مقدار $S_0.d$ و یا $S_0.u$ می‌رسد. این مدل در شکل (۱) آورده شده است. به‌طور کلی $u>1$ و $d<1$ می‌باشد. بنابراین حرکت قیمت دارایی از S_0 به $S_0.u$ یک حرکت رو به بالا و به سمت $S_0.d$ یک حرکت رو به پایین می‌باشد. احتمال حرکت رو به بالا برابر با p و احتمال حرکت رو به پایین $1-p$ است.



شکل ۱- تغییرات قیمت دارایی در زمان Δt در مدل درخت دوجمله‌ای

Figure 1- Changes in asset prices in time Δt in binomial tree model

پارامترهای p، u و d می‌بایستی مقادیر صحیح میانگین و واریانس تغییرات قیمت دارایی طی فاصله زمانی را در محیط بی‌تفاوت نسبت به ریسک به دست دهند. بازده مورد انتظار یک دارایی، نرخ بهره بدون ریسک یا r می‌باشد. بنابراین قیمت مورد انتظار دارایی در پایان فاصله زمانی Δt، برابر با $Se^{r\Delta t}$ خواهد شد که در آن S، قیمت دارایی در ابتدای دوره زمانی (Δt) می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت که:

$$Se^{r\Delta t} = pSu + (1-p)Sd \qquad (۳)$$

انحراف معیار تغییر نسبی (درصد تغییر) قیمت دارایی در یک دوره کوتاه‌مدت Δt برابر با $\sigma\sqrt{\Delta t}$ و واریانس تغییر نسبی قیمت هم برابر با $\sigma^2\Delta t$ خواهد بود. از آنجایی‌که واریانس متغیری مانند Q به‌صورت $E(Q^2)-(E(Q))^2$ تعریف شده است که در آن E نشانگر ارزش مورد انتظار است. بنابراین می‌توان رابطه ۴ را استخراج نمود.

$$\sigma^2\Delta t = pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 \qquad (۴)$$

رابطه ۳ و ۴ دو شرط را بر متغیرهای p، u و d تحمیل می‌کنند. شرط سومی که توسط کاکس و همکاران استفاده می‌شود عبارت است از: $u = \frac{1}{d}$. می‌توان نشان داد که اگر Δt کوچک باشد سه شرط مذکور عبارت‌اند از:

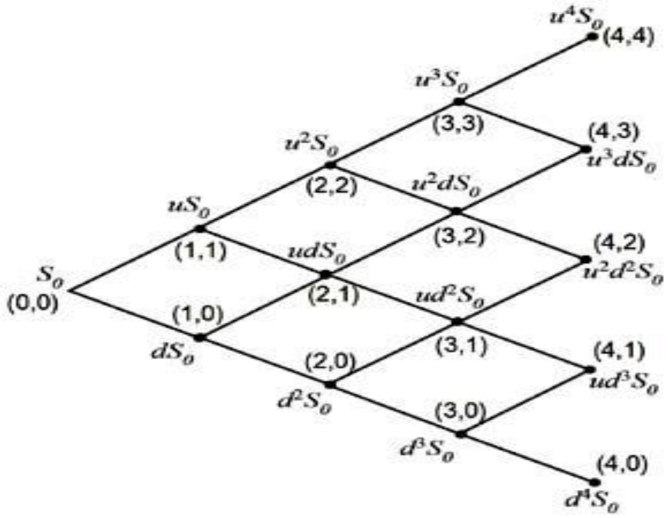
$$p = \frac{a-d}{u-d}, \qquad u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

که در آن $a = e^{r\Delta t}$ است. از متغیر a به‌عنوان «فاکتور رشد» نیز یاد می‌شود. شکل (۲) نمودار درختی کامل قیمت‌های دارایی که در هنگام استفاده از مدل دوجمله‌ای در نظر گرفته می‌شود را نشان می‌دهد. در زمان صفر، قیمت دارایی، S_0، معلوم است. در زمان Δt احتمال وجود دو نوع قیمت دارایی یعنی S_0u و S_0d و در زمان $۲\Delta t$، سه قیمت محتمل‌الوقوع یعنی S_0u^2، S_0 و S_0d^2 وجود دارد. به‌طور کلی، در زمان $i\Delta t$، $i+1$ قیمت دارایی در نظر گرفته می‌شود. قیمت دارایی در زمان $i\Delta t$ و در j–امین گره ($j=0,1,\ldots,i$) (گره (i,j)) با استفاده از فرمول $S_0u^jd^{i-j}$ محاسبه می‌شود.

قیمت‌گذاری اختیارمعامله با شروع کار از انتهای درخت (زمان T) و با حرکت به سمت عقب ادامه می‌یابد که به این روش «حرکت عقب‌گرد» می‌گویند. ارزش اختیارمعامله در زمان T برای ما معلوم است. برای مثال قیمت یک اختیار فروش برابر با $\max(K-S_T,0)$ و قیمت یک اختیار خرید برابر با $\max(S_T-K,0)$ بوده که S_T، قیمت دارایی در زمان T و K قیمت اعمال آن می‌باشد. با توجه به اینکه فرض شده در یک محیط بی‌تفاوت نسبت به ریسک قرار داریم، قیمت اختیارمعامله در هر گره را در زمان $T-\Delta t$ برابر باارزش مورد انتظار در زمان T که با نرخ r تنزیل شده است قرار می‌دهند. به طریق مشابه می‌توان قیمت اختیارمعامله در هر گره را در زمان $T-۲\Delta t$ محاسبه نمود. این قیمت برابر باارزش مورد انتظار تنزیل شده در زمان $T-\Delta t$ با نرخ r و برای دوره زمانی Δt خواهد شد. این عملیات را می‌توان به همین ترتیب ادامه داد (۱۱).

مسئله مهم در ارزش‌گذاری اختیارمعامله آسیایی به روش درخت دوتایی، زیاد بودن تعداد مسیرهای منتهی به گره ردیف آخر و درنتیجه تعداد زیاد میانگین قیمت در گره می‌باشد که محاسبه همه آن‌ها کار را با مشکل روبرو می‌کند. هال و وایت (۱۲) برای حل این مشکل الگویی را معرفی می‌کنند که در آن تعدادی قیمت میانگین نماینده در فاصله حداکثر و حداقل میانگین قیمت در هر گره تعیین می‌شود و

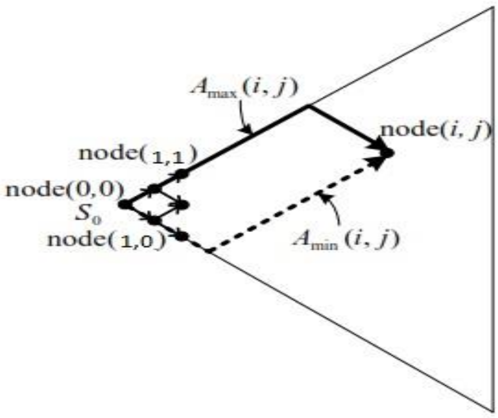
بجای کار کردن با تمام حالات ممکن، بـر اسـاس ایـن قیمـت‌هـای نماینده کار می‌کنند.



شکل ۲- درخت ارزش‌گذاری اختیارمعامله دارایی

Figure 2- Valuation tree of asset option

روش کار به این شکل است که ابتدا برای هر گره بایستی حداکثر و حداقل میانگین موجود را به دسـت آورد. مسـیر قیمتـی مربـوط بـه میانگین قیمت حداکثر برای هر گره (N(i,j)) برابر است بـا j حرکـت متوالی رو به بـالا و سـپس i-j حرکـت متـوالی روبـه پـایین. حـداقل میانگین ممکن برای هر گره نیز از عکس مسیر بالا به دست می‌آیـد. شکل (۳) این مسیرها را نشان می‌دهـد. بـا اسـتفاده از معادلـه ۵ و ۶ می‌توان مقدار میانگین حداکثر و حداقل را در هر گره محاسبه نمود.



شکل ۳- مسیر میانگین حداکثر و حداقل در مدل درخت دوتایی

Figure 3- Paths of maximum and minimum Average in binomial tree model

$$A_{\max}(i,j)=\frac{S_0(\overbrace{1+u+u^2+\ldots+u^j}^{\text{j up movements}}+\overbrace{u^jd+u^jd^2+\ldots+u^jd^{i-j}}^{\text{j-i down movements}})}{(i+1)} \qquad (۵)$$

$$A_{\min}(i,j)=\frac{S_0(\overbrace{1+d+d^2+\ldots+d^{i-j}}^{\text{j-i down movements}}+\overbrace{d^{i-j}u+d^{i-j}u^2+\ldots+d^{i-j}u^j}^{\text{j up movements}})}{(i+1)} \qquad (۶)$$

بعد از به دست آوردن حداکثر و حداقل میانگین در هر گره، فاصله بین این دو عدد به M فاصله مساوی تقسیم شده و میانگین‌های نماینده از رابطه ۷ محاسبه می‌شوند.

$$A(i,j,k)=\frac{M-k}{M}A_{\max}(i,j)+\frac{k}{M}A_{\min}(i,j), \quad (for\ k=0,....,M) \qquad (۷)$$

هر چه M بزرگ‌تر باشد، تعداد میانگین‌های نماینده بیشتر و ارزش‌گذاری با دقت بیشتر و در زمان بیشتری انجام می‌شود. در مرحله آخر، ارزش اختیارمعامله برای همه میانگین‌های نماینده در گره‌های انتهایی محاسبه می‌شود و با استفاده از حرکت عقب‌گرد، سایر ارزش‌های اختیارمعامله نیز به دست می‌آید. برای میانگین‌هایی که نقاط متناظر آن‌ها بین میانگین‌های نماینده وجود ندارد، از درون‌یابی خطی استفاده می‌شود. جدول ۱ رابطه M+1 قیمت میانگین نماینده و ارزش اختیارمعامله آسیایی را به ازای هر میانگین در گره (n,j) نشان می‌دهد.

جدول ۱- قیمت میانگین نماینده در گره (n,j)

Table 1- The representative average price in node (n,j)

گره (n,j) (Node(n;j))	قیمت میانگین (Average price)	ارزش اختیارمعامله (Value of option)
Representative (M+1) میانگین نماینده قیمت	$A(n,j,0)=A_{max}(n,j)$	Max(A(n,j,0)-K,0)
	⋮	⋮
	A(n,j,k)	Max(A(n,j,k)-K,0)
	⋮	⋮
	$A(n,j,M)=A_{min}(n,j)$	Max(A(n,j,M)-K,0)

پارامترهای حساسیت: متغیرهایی چون مدت‌زمان باقی‌مانده تا انقضای اختیار، قیمت توافقی، درجه تغییرپذیری قیمت دارایی پایه و نرخ بهره بر قیمت اختیارات تأثیر می‌گذارند. اگر تغییر قیمت دارایی پایه را نیز اضافه کنیم می‌توان نتیجه گرفت که طراحی استراتژی‌های مناسب در بازار اختیارات مستلزم آن است که میزان تغییر قیمت اختیارات نسبت به تغییر در متغیرهای فوق‌الذکر به‌دقت محاسبه شود. تغییر در قیمت اختیارات به ازای یک واحد تغییر در هر یک از متغیرهای این مجموعه را اصطلاحاً حساسیت می‌گویند (۷). نظر به اینکه حساسیت‌ها را با حروف یونانی نشان می‌دهند، به «یونانی‌ها» نیز معروف‌اند. محاسبه حساسیت‌ها از ارکان اصلی در طراحی استراتژی‌های اختیارمعامله است و چون قیمت دارایی پایه مرتباً در حال تغییر می‌باشد، این حساسیت‌ها نیز مرتباً در تغییرند. پارامترهای حساسیت، ابعاد مختلفی از ریسک موضع معاملاتی اختیار را اندازه‌گیری می‌کند و هدف معامله‌گر مدیریت این پارامترها است (۱۷). مهم‌ترین یونانی‌ها در بررسی اختیارات عبارت‌اند از: «دلتا»، «گاما»، «وگا»، «تتا» و «روو». این یونانی‌ها در جدول یک تعریف شده‌اند و در این پژوهش به محاسبه آن‌ها پرداخته خواهد شد.

برای به دست آوردن قیمت اختیارمعامله فرض می‌شود سری قیمت دارایی مربوطه دارای توزیع تصادفی لاگ نرمال می‌باشد. برای این منظور بایستی لگاریتم سری قیمت دارای توزیع نرمال باشد که این فرض توسط آماره جارک برا[1] آزمون و نتایج آن در قسمت نتایج و بحث آورده می‌شود. متغیرهای لازم جهت تخمین قیمت اختیار آسیایی عبارت‌اند از: قیمت در زمان حال (S_0)، قیمت انقضاء (K)، نرخ بهره بدون ریسک (r)، نوسان قیمت دارایی (σ) و زمان سررسید قرارداد (T). قیمت واقعی دارایی در زمان صفر به‌عنوان S_0 لحاظ می‌شود. برای به دست آوردن قیمت انقضاء می‌توان از مدل‌های پیش‌بینی استفاده نمود. هال (۱۱) نشان داده است که بیشتر مطالعات تجربی برابری قیمت‌های انتظاری (پیش‌بینی شده) را با قیمت‌های آتی به اثبات می‌رسانند. به همین جهت در مطالعه حاضر قیمت انقضاء برابر با قیمت آتی که از روش پیش‌بینی به دست می‌آید قرار داده می‌شود. همچنین نرخ بهره بدون ریسک برابر با سود علی‌الحساب سپرده‌های کوتاه‌مدت بانکی یعنی ۱۰ درصد در نظر گرفته می‌شود.

جهت پیش‌بینی قیمت آتی در این مطالعه از روش باکس جنکینز[2] استفاده می‌شود. روش باکس–جنکینز عبارت از برازاندن یک الگوی میانگین متحرک تلفیق شده با خودرگرسیو به مجموعه داده‌ها و به دست آوردن الگوی ریاضی شرطی است (۲). حالت کلی و عمومی این روش به‌صورت ARIMA(p,d,q) نمایش داده می‌شود. در این مدل p مرتبه خودرگرسیو مدل، q مرتبه میانگین متحرک و d مرتبه تفاضلی مدل (جهت ایستا کردن مدل) می‌باشد. آن‌چه که این مدل را کامل‌تر از مدل‌های دیگر می‌نماید تبدیل مناسب جهت پایا بودن مدل است.

جهت برآورد میزان نوسان دارایی با استفاده از داده‌های تاریخی، با استفاده از تغییرات قیمت کالا در گذشته می‌توان میزان نوسان را تخمین زد. معمولاً قیمت کالا در دوره‌های زمانی ثابتی به‌صورت روزانه، هفتگی و یا ماهانه بیان می‌شود. اگر داشته باشیم: n+1 = تعداد مشاهدات، S_i = قیمت کالا در پایان i–امین دوره زمانی (i=0,1,2,…,n)، τ = طول یک دوره زمانی در سال و $u_i=\ln(\frac{S_i}{S_{i-1}})$، می‌توان مقدار تقریبی انحراف معیار u_i را به‌صورت معادله ۸ برآورد کرد:

1- Jarque-Bera
2- Box-Jenkins

جدول ۲- تعریف یونانی‌ها
Table 2- The Greeks defined

یونانی‌ها Greeks	موضوع ریسک Risk issue	فرمول Formula
دلتا Delta	تغییر در قیمت دارایی پایه Change in the price of the underlying asset	$\Delta = \frac{\text{تغییر در قیمت اختیار}}{\text{تغییر در قیمت دارایی پایه}}$ $\Delta = \frac{\text{chenge in the option price}}{\text{change in the underlying asset price}}$
گاما Gamma	تغییر در دلتا Change in the Delta	$\gamma = \frac{\text{تغییر در دلتا}}{\text{تغییر در قیمت دارایی پایه}}$ $\gamma = \frac{\text{chenge in the Delta}}{\text{change in the underlying asset price}}$
وگا Vega	تغییر در نوسان پذیری دارایی پایه Change in the asset volatility	$\vartheta = \frac{\text{تغییر در قیمت اختیار}}{\text{تغییر در پذیری نوسان دارایی پایه}}$ $\vartheta = \frac{\text{chenge in the option price}}{\text{change in the volatility of asset price}}$
تتا Theta	تغییر در مدت‌زمان باقی‌مانده تا سررسید Change in the time decay	$\theta = \frac{\text{تغییر قیمت اختیار}}{\text{مدت زمان باقی‌مانده تا سررسید}}$ $\theta = \frac{\text{chenge in the option price}}{\text{change in the time decay}}$
روو Rho	تغییر در نرخ بهره Change in the interest rate	$\rho = \frac{\text{تغییر در قیمت اختیار}}{\text{تغییر در نرخ بهره}}$ $\rho = \frac{\text{chenge in the option price}}{\text{change in the interest rate}}$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)}(\sum_{i=1}^{n}u_i)^2} \qquad (۸)$$

که $\bar{u}$ میانگین u_i است. انحراف معیار u_i برابر با $\sigma\sqrt{\tau}$ می‌باشد: بنابراین متغیر s، برآوردی از $\sigma\sqrt{\tau}$ است. درنتیجه می‌توان گفت که $\hat{\sigma}$ تخمینی از σ به‌صورت زیر است:

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \qquad (۹)$$

خطای استاندارد تقریبی این برآورد را می‌توان بـا رابطـه $\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{2n}}$ محاسبه کرد. انتخاب مقدار صحیح n، کار آسانی نیست. معمولاً بـرای دستیابی به جواب دقیق‌تر، داده‌های بیشتری انتخاب می‌کنند ولـی σ در طول زمان تغییر می‌کند و داده‌های قدیمی‌تر ممکـن اسـت بـرای پیش‌بینی آتی مرتبط نباشـد. درنتیجـه معمـولاً از یـک روش ظـاهراً معقولی استفاده می‌کننـد بـدین ترتیـب کـه عمومـاً از نزدیـک‌تـرین قیمت‌های دوره اخیر استفاده شود (۱۱).

داده‌های مورد نیاز این مطالعه قیمت ذرت دانه‌ای و کنجاله سـویا می‌باشد که به‌صورت سری زمانی هفتگی از فروردین ۱۳۹۲ الی مرداد ۱۳۹۵ از سایت شرکت پشتیبانی امـور دام جمـع‌آوری گردیـده اسـت. جهت تجزیه‌وتحلیل و برآورد قیمت اختیار آسیایی و نیز رسم و تحلیل نمودارهای مرتبط، از نرم‌افزار DerivaGem و متلب استفاده می‌گردد.

نتایج و بحث

بررسی آزمون نرمال بودن سری لگاریتم قیمـت کنجالـه سـویا و ذرت توسط آزمون جارک- برا انجام شد. آماره این آزمون بـرای ذرت برابر با ۱۰/۶ و سطح معنی‌داری آن ۰/۹۹ و برای کنجاله سـویا برابر

با ۴/۷ و سطح معنی‌داری آن ۰/۹۵ می‌باشد. بر اساس این آزمون، نرمال بودن سری لگاریتم قیمت ذرت و کنجاله سویا تأیید می‌شود و می‌توان گفت سری قیمت این دو محصول دارای توزیع لاگ نرمال می‌باشد.

بعد از آزمون نرمال بودن لازم است قیمت یک سال آینده پیش‌بینی شود. مقایسه مدل‌های مختلف پیش‌بینی سری‌های زمانی بر اساس معیار دقت MSE نشان داد که مدل ARIMA بهترین مدل برای پیش‌بینی قیمت ذرت و کنجاله سویا به شمار می‌آید. نتایج تخمین پارامترهای مدل ARIMA در جدول (۳) و (۴) آورده شده است. لازم به ذکر است که متغیر وابسته در این مدل لگاریتم قیمت کنجاله سویا و ذرت می‌باشد و مدل ARMA(2,3) برای ذرت و ARMA(1,2) برای کنجاله سویا با توجه به معیار آکائیک و شوآرتز بهترین مدل انتخاب گردید.

با توجه به دیدگاه هال (۱۱) درزمینه برابری قیمت آتی با قیمت نقدی پیش‌بینی شده، قیمت انقضاء قرارداد اختیارمعامله برای یک کیلو کنجاله سویا با سررسیدهای چهارماهه، شش‌ماهه و یک‌ساله به ترتیب برابر با ۱۵۷۵، ۱۵۹۰ و ۱۶۱۰ و برای یک کیلو ذرت برابر با ۱۰۲۵، ۱۰۰۰ و ۹۵۰ تومان در نظر گرفته می‌شود. این در حالی است که قیمت جاری (قیمت صفر) برای یک کیلو کنجاله سویا برابر با ۱۵۲۰ و برای ذرت ۱۰۹۵ تومان می‌باشد. همچنین نرخ بهره بدون ریسک برابر با سود علی‌الحساب سپرده‌های کوتاه‌مدت بانکی یعنی ۱۰ درصد لحاظ می‌شود. میزان نوسان سری قیمت محصولات با توجه به روشی که در قسمت روش تحقیق ذکر شد محاسبه و در مورد کنجاله سویا ۲۱/۲ و ذرت برابر با ۱۸/۷ درصد به دست آمد.

جدول ۳- نتایج حاصل از تخمین مدل ARMA(2,3) (ذرت)

Table 3- The results of ARMA (2,3) model estimation (corn)

متغیر Variable	ضریب Coefficient	انحراف معیار Standard deviation	آماره t t statistic	احتمال Probability
C	9/00	0.15	58.8	0.0000
AR(1)	0.23	0.20	1.14	0.2600
AR(2)	0.75	0.19	3.9	0.0002
MA(1)	0.82	0.21	3.9	0.0001
MA(2)	-0.13	0.07	-1.80	0.0730
MA(3)	-0.25	0.06	-4.4	0.0000
SIGMASQ	0.002	8.97E05	21.35	0.0000
Likelihood	Akaike	Schwartz	R^2	Adjusted R^2
389.73	-3.34	-3.24	0.95	0.94

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

جدول ٤- نتایج حاصل از تخمین مدل ARMA(1,2) (کنجاله سویا)

Table 4- The results of ARMA (1,2) model estimation (soybean meal)

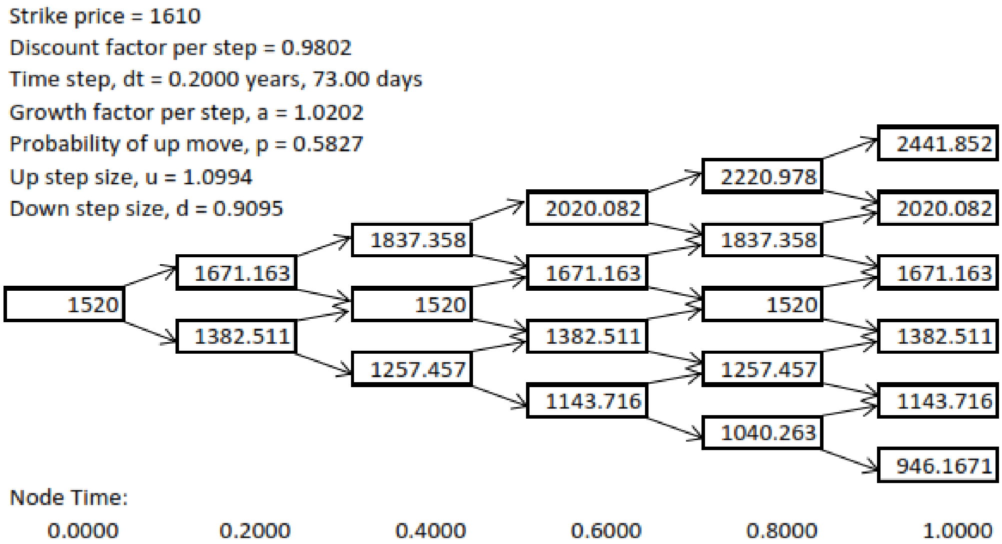
متغیر Variable	ضریب Coefficient	انحراف معیار Standard deviation	آماره t t statistic	احتمال Probability
C	9.69	0.052	186.12	0.0000
AR(1)	6.96	0.021	45.79	0.0000
MA(1)	0.87	0.053	16.25	0.0000
MA(2)	0.25	0.062	3.80	0.0002
SIGMASQ	0.0024	1.34E-05	17.71	0.0000
Likelihood	Akaike	Schwartz	R^2	Adjusted R^2
487.87	-5.425	-5.336	0.978	0.977

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

شکل (۵) فرآیند حرکت قیمت کنجاله سویا در روش درخت دوجمله‌ای اختیارمعامله با دوره قرارداد شش‌ماهه را نشان می‌دهد. اعداد زیر نمودار (Time Node) میزان زمان سپری شده از قرارداد را بر اساس کسری از سال نشان می‌دهد. احتمال افزایش قیمت (p) برابر با ۰/۵۸۲۷، میزان افزایش قیمت در هر گام (u) برابر با ۰/۰۹۹۴، میزان کاهش قیمت در هر گام (d) برابر با ۰/۹۰۹۵ و فاکتور رشد (a) برابر با ۱/۰۲۰۲ به‌دست آمده است. مطابق نمودار قیمت اولیه کنجاله سویا ۱۵۲۰۰ ریال می‌باشد. در هر مرحله زمانی ممکن است قیمت افزایش یابد، ثابت بماند و یا کاهش یابد. برای نمونه در مرحله اول، احتمال وجود دو قیمت یعنی در صورت افزایش، قیمت ۱۶۷۱۰ و در صورت کاهش، قیمت ۱۳۸۲۰ و در مرحله بعد از آن، سه قیمت محتمل‌الوقوع یعنی ۱۸۳۷۰، ۱۵۲۰۰ و ۱۲۵۷۰ ریال وجود دارد.

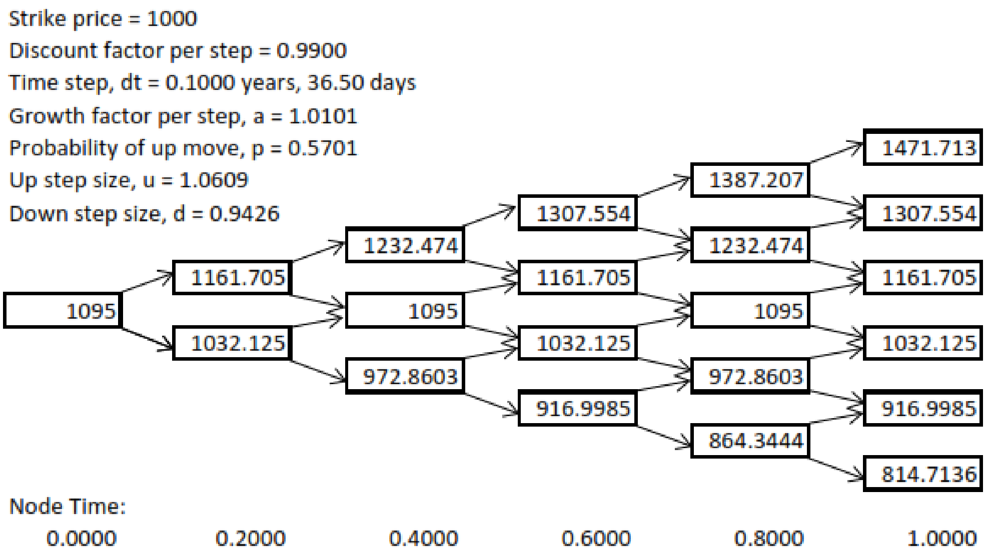
درخت قیمت در این حالت ترکیب مجدد می‌گردد؛ یعنی قیمتی که پس از یک افزایش و کاهش حاصل می‌شود، همان قیمتی است که پس از یک کاهش و افزایش اتفاق می‌افتد.



شکل ۵- فرآیند حرکت قیمت کنجاله سویا در روش درخت دوجمله‌ای (واحد: ۱۰ ریال)

Figure 5- Process of soybean meal price movement in the binomial tree (Unit: 10 Rials)

مسیر حرکت قیمت ذرت دانه‌ای نیز در شکل (۶) آمده است. احتمال افزایش قیمت (p) برابر با ۰/۵۷۰۱، میزان افزایش قیمت در هر گام (u) برابر با ۱/۰۶۰۹، میزان کاهش قیمت در هر گام (d) برابر با ۰/۹۴۲۶ و فاکتور رشد (a) برابر با ۱/۰۱۰۱ به‌دست آمده است.



شکل ٦- فرآیند حرکت قیمت ذرت دانه‌ای در روش درخت دوجمله‌ای (واحد: ۱۰ ریال)

Figure 6- Process of corn price movement in the binomial tree (Unit: 10 Rials)

قیمت اختیارمعامله خریدوفروش آسیایی با سررسیدهای چهارماهه، شش‌ماهه و یک‌ساله و در دو نوع با قیمت انقضای ثابت و شناور در جدول (۵) آمده است. علاوه بر اختیارمعامله آسیایی، قیمت اختیارمعامله اروپایی ساده (مدل بلک شولز) نیز برای مقایسه محاسبه و نتایج آن در جدول (۵) آورده شده است.

جدول ۵- ارزش اختیار معامله به روش درخت دوجمله‌ای (واحد: ۱۰ ریال)
Table 5- Option value in Binomial tree method (Unit: 10 Rials)

محصول Product	دوره قرارداد The contract period	قیمت انقضاء Strike price	اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت (Fixed Strike)				اختیار آسیایی با قیمت انقضای شناور (Floating Strike)				مدل بلک-شولز (Black–Scholes)	
			اختیار خرید (Call option)		اختیار فروش Put option		اختیار خرید Call option		اختیار فروش Put option		اختیار خرید Call Option	اختیار فروش Put Option
			حسابی Arithmetic	هندسی Geometric	حسابی Arithmetic	هندسی Geometric	حسابی Arithmetic	هندسی Geometric	حسابی Arithmetic	هندسی Geometric		
ذرت دانه‌ای Corn	چهار ماه 4 months	1025	87.9	86.8	2.3	2.5	36.5	37.4	18.5	18.1	114.5	10.9
	شش ماه 6 months	1000	118.5	116.8	1.6	2.1	47.4	48.8	20.6	19.9	153.7	9.9
	یک‌سال 1 year	950	183.6	179.9	1.0	1.2	75.8	78.8	22.9	22.0	243.7	8.3
کنجاله سویا Soybean meal	چهار ماه 4 months	1575	29.0	27.8	57.4	58.4	55.5	56.9	30.5	29.7	72.6	75.9
	شش ماه 6 months	1590	37.1	35.2	66.9	68.3	71.6	73.9	34.3	33.2	94.4	86.9
	یک‌سال 1 year	1610	64.4	59.9	74.5	76.9	112.8	118.9	39.5	37.7	159.8	96.5

منبع: یافته‌های تحقیق
Source: Research findings

همان‌طور که نتایج جدول (۵) نشان می‌دهد، اختیارمعامله آسیایی از اختیارمعامله اروپایی ساده (مدل بلک- شولز) ارزان‌تر است. با افزایش دوره قرارداد در اکثر موارد، قیمت اختیارمعامله افزایش می‌یابد. در مورد محصول ذرت با افزایش طول دوره قرارداد، قیمت اختیارمعامله کاهش‌یافته است. علت این امر مربوط می‌شود به قیمت انقضاء ذرت که با توجه به پیش‌بینی انجام‌شده روند نزولی دارد. کاهش قیمت انقضاء در اختیارمعامله فروش سبب کاهش ارزش اختیارمعامله می‌شود و در این مورد، این کاهش قیمت بر افزایش قیمت به سبب افزایش طول دوره قرارداد پیشی گرفته و اثر کل این دو فاکتور مؤثر بر قیمت اختیار به‌صورت کاهش قیمت عمل کرده است. در اختیار معامله آسیایی با قیمت انقضاء شناور، به دلیل اینکه قیمت انقضاء برابر با میانگین قیمت در مدت قرارداد می‌باشد، با افزایش طول دوره قرارداد، قیمت اختیار فروش نیز روند صعودی دارد.

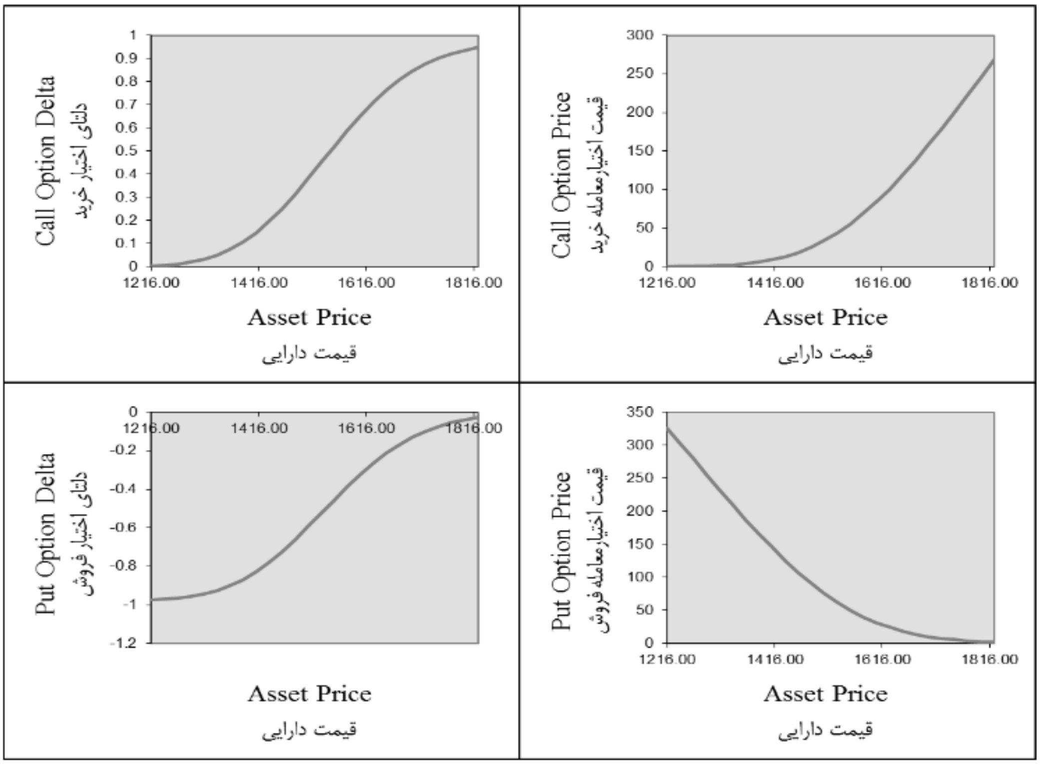
مقایسه قیمت اختیار خرید و اختیار فروش بیانگر آن است که در مورد محصول ذرت که انتظار روند کاهشی در قیمت انقضاء وجود دارد و قیمت انقضاء از قیمت جاری کمتر است، اختیار خرید از اختیار فروش گران‌تر می‌باشد. این نتیجه یک پیامد منطقی می‌باشد؛ چراکه هر چه قیمت انقضاء کمتر باشد، ارزش اختیارمعامله خرید بیشتر و ارزش اختیارمعامله فروش کمتر می‌شود. در مورد محصول کنجاله سویا، قیمت آتی روند افزایشی دارد و قیمت جاری از قیمت انقضا کمتر است. همین امر سبب شده است که در مورد این محصول، قیمت اختیارمعامله خرید کمتر از قیمت اختیارمعامله فروش باشد.

همان‌طور که در قسمت روش تحقیق گفته شد، در اختیار آسیایی با قیمت انقضای شناور قیمت انقضاء قرارداد برابر با میانگین قیمت در طول دوره قرارداد است. این امر سبب می‌شود قیمت اختیارمعامله آسیایی در حالت قیمت انقضاء شناور نسبت به قیمت انقضاء ثابت، تعدیل گردد. نتایج جدول نیز این نتیجه را تأیید می‌کند. در مورد محصول ذرت، با شناور شدن قیمت انقضاء، در مقایسه با قیمت اختیار آسیایی با قیمت انقضاء ثابت، ارزش اختیار خرید کاهش و ارزش اختیار فروش افزایش‌یافته است. در محصول کنجاله سویا، نیز با شناور شدن قیمت انقضاء، ارزش اختیار خرید افزایش و ارزش اختیار فروش کاهش‌یافته است. این نتایج، اثر تعدیلی ناشی از شناور شدن قیمت انقضاء را نشان می‌دهند.

جدول (۶) ارزش پارامترهای حساسیت (یونانی‌ها) را برای اختیار معامله آسیایی با قیمت انقضاء ثابت با تاریخ انقضای شش‌ماهه نشان می‌دهد.

دلتای یک اختیارمعامله عبارت است از نسبت تغییرات قیمت اختیارمعامله دارایی به تغییر قیمت دارایی. درواقع دلتا شیب منحنی تلاقی قیمت اختیارمعامله با قیمت دارایی است. شکل (۷) رابطه بین قیمت و دلتای اختیارمعامله و قیمت دارایی را نشان می‌دهد. دلتای

اختیارمعامله خرید مثبت است و این به معنی رابطه مستقیم بین قیمت اختیار خرید با قیمت دارایی پایه است. مقدار دلتای اختیار خرید کنجاله سویا برابر ۰/۴۲ می‌باشد، یعنی زمانی که قیمت کنجاله سویا یک درصد تغییر می‌کند، قیمت اختیار خرید ۰/۴۲ درصد تغییر می‌کند. با تغییر قیمت دارایی، مقدار دلتای اختیار خرید نیز تغییر می‌کند. دلتای اختیار فروش منفی می‌باشد و این به معنای رابطه معکوس بین قیمت اختیار فروش و قیمت دارایی پایه است. با افزایش قیمت دارایی، قدر مطلق مقدار دلتای اختیار فروش کاهش می‌یابد. مقدار دلتای اختیار فروش کنجاله سویا ۰/۵۶- می‌باشد، یعنی با یک درصد افزایش قیمت کنجاله سویا، قیمت اختیار فروش ۰/۵۶ درصد کاهش می‌یابد.



شکل ۷- رابطه بین قیمت و دلتای اختیارمعامله و قیمت دارایی

Figure 7- The relationship between option price and Delta and asset price

جدول ٦- پارامترهای حساسیت اختیار آسیایی با تاریخ انقضاء شش‌ماهه

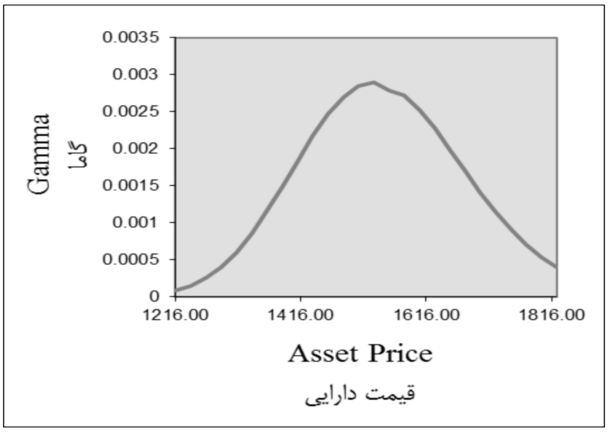
Table 6- Sensitivity parameters of Asian option with six months expiry date

محصول(Product)	ذرت دانه‌ای (Corn)		کنجاله سویا (Soybean meal)	
پارامتر Parameter	اختیار خرید Call Option	اختیار فروش Put Option	اختیار خرید Call Option	اختیار فروش Put Option
دلتا (Delta)	0.9158	-0.0596	0.4161	-0.5593
گاما (Gamma)	0.0014	0.0014	0.0029	0.0029
وگا (Vega)	0.5633	0.5633	2.3983	2.3983
تتا (Theta)	-0.1334	-0.0179	-0.2177	-0.0047
روو (Rho)	1.9367	-0.1640	1.4499	-2.4239

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

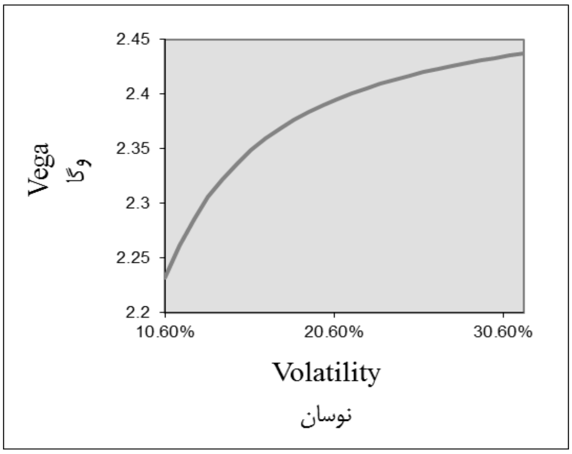
گام دوم بررسی، پارامتر گاما می‌باشد. درواقع گاما مقدار تحدب منحنی رابطه بین قیمت اختیارمعامله و قیمت دارایی پایه را اندازه می‌گیرد. هرچه گاما کمتر باشد، تحدب کمتر و با افزایش گاما، تحدب بیشتر می‌شود. مقدار گامای اختیارمعامله خریدوفروش کنجاله سویا برابر با ۰/۰۰۲۹ می‌باشد. در مقایسه با مقدار گامای اختیارمعامله ذرت که برابر با ۰/۰۰۱۴ می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که دلتای اختیارمعامله ذرت آهسته‌تر تغییر می‌کند و تحدب منحنی قیمت اختیارمعامله- قیمت دارایی در مورد ذرت کمتر است. به‌طور کلی هر چه گاما کوچک‌تر باشد، دلتا به‌تدریج تغییر می‌کند و برای ایجاد و نگهداری یک پرتفوی بی‌تفاوت نسبت به ریسک، تعداد دفعات کمتری برای تغییر در ترکیب پرتفوی، تعدیل در پرتفوی و انجام پوشش ریسک لازم است. با تغییر قیمت دارایی پایه، مقدار گاما نیز تغییر می‌کند. شکل (۸) این رابطه را نشان می‌دهد.



شکل ۸- رابطه بین قیمت دارایی و گامای اختیارمعامله

Figure 8- The relationship between asset price and option Gamma

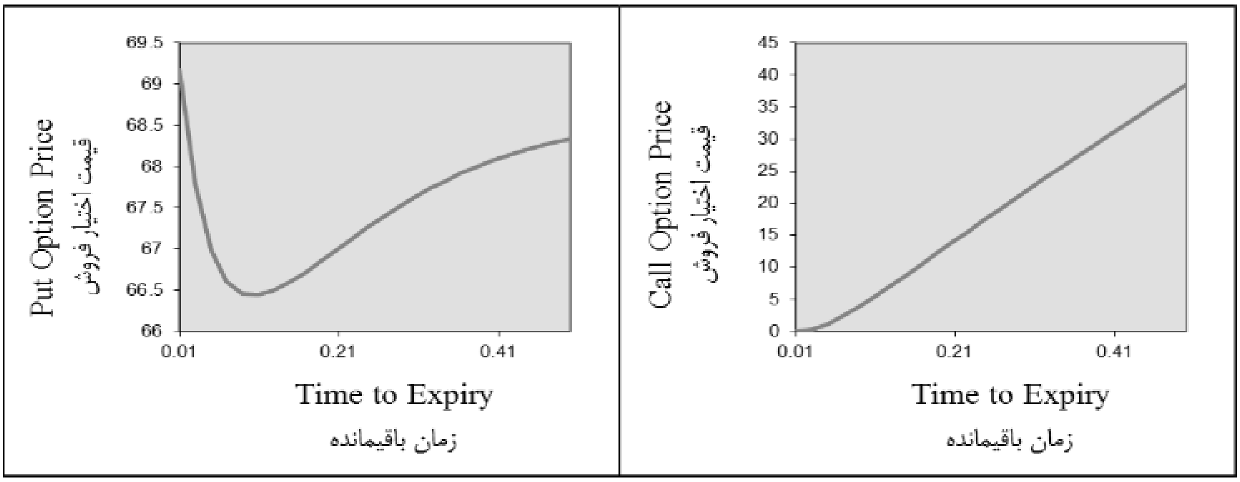
وگای یک پرتفوی متشکل از اختیارمعاملات صادره بر دارایی پایه، نسبت تغییر ارزش پرتفوی را به میزان نوسان پذیری دارایی پایه اندازه‌گیری می‌کند. سرمایه‌گذار با آگاهی از مقدار پارامتر سنجش حساسیت ریسک وگا، از میزان تغییر در ارزش اختیارمعامله خود به ازای تغییر در نوسانات قیمت دارایی پایه مطلع خواهد شد. با افزایش نوسان دارایی پایه، قیمت دارایی افزایش می‌یابد و موجب تغییر ارزش اختیارمعامله خواهد شد. به ازای نوسان ۲۱/۲ برای قیمت کنجاله سویا، مقدار وگای اختیارمعامله ۲/۳۹ می‌باشد. شکل (۹) رابطه بین نوسان قیمت کنجاله سویا و پارامتر وگا را نشان می‌دهد. با افزایش نوسان، وگای اختیارمعامله افزایش می‌یابد. با توجه به افزایش قیمت اختیارمعامله در اثر افزایش میزان نوسان، پارامتر وگا، سرمایه‌گذار را متوجه میزان تغییر در ارزش پرتفوی متشکل از دارایی و اختیارمعامله می‌کند. هرچه میزان وگا بیشتر باشد، سرمایه‌گذار تغییر بیشتر در ارزش پرتفوی خود را انتظار خواهد داشت.



شکل ۹- رابطه وگای اختیارمعامله و نوسان قیمت دارایی پایه

Figure 9- The relationship between option Vega and volatility of underlying asset

تتا عبارت است از نسبت تغییر ارزش پرتفوی با توجه به گذشت زمان، درصورتی‌که سایر عوامل ثابت بماند. معمولاً تتا برای اختیارمعامله منفی است. علت این موضوع آن است که با کاهش زمان باقی‌مانده تا سررسید (T)، با فرض ثابت ماندن بقیه عوامل، از ارزش اختیارمعامله کاسته می‌شود. تتا یک نوع پارامتر پوشش ریسک مشابه دلتا نیست. در مورد قیمت آتی دارایی عدم قطعیت وجود دارد، لیکن در مورد زمان گذشته عدم اطمینان وجود ندارد. منطقی است که تغییرات قیمت دارایی را پوشش دهیم ولی نمی‌توان تأثیر گذشت زمان را پوشش داد. باوجوداین، اکثر معامله‌گران تتا را به‌عنوان آماره توصیفی مناسب برای یک پرتفوی در نظر می‌گیرند؛ زیرا در یک پرتفوی، تتا تقریبی برای گاماست.



شکل ۱۰- رابطه قیمت اختیارمعامله و زمان باقی‌مانده تا سررسید
Figure 10- The relationship between option price and time to expiry

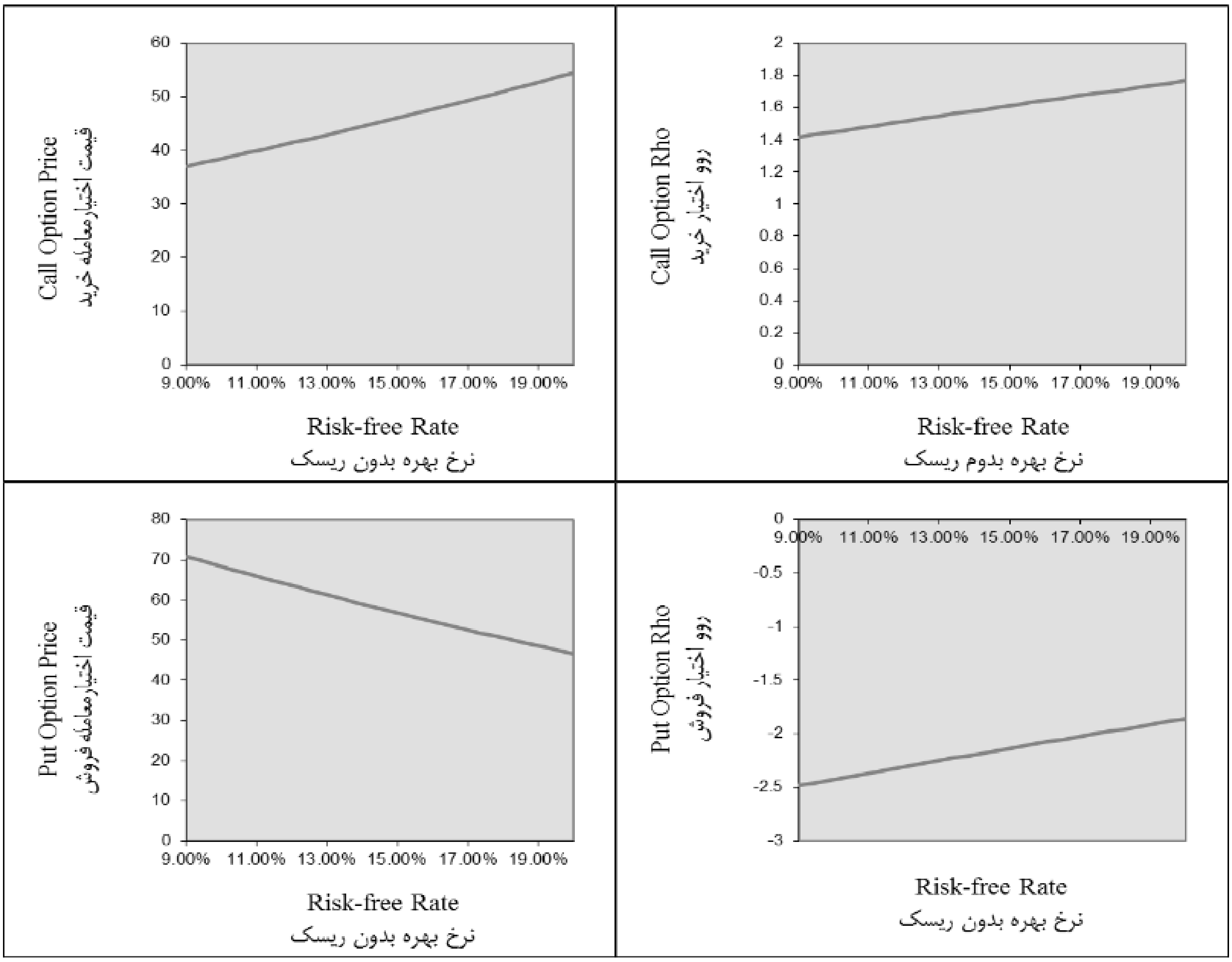
آخرین پارامتر مورد بررسی، روو می‌باشد. روو رابطه بین ارزش اختیارمعامله و نرخ بهره بدون ریسک را نشان می‌دهد. هر چه نرخ بهره بالاتر باشد، ارزش اختیار خرید بالاتر خواهد بود. به ازای نرخ بهره ۱۰ درصد که از مفروضات مطالعه می‌باشد، قیمت اختیار خرید کنجاله سویا ۳۸/۵ تومان می‌باشد. با افزایش نرخ بهره بدون ریسک، مقدار پارامتر روو نیز افزایش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر، با افزایش نرخ بهره، حساسیت ارزش اختیارمعامله به نرخ بهره افزایش می‌یابد. مقدار روو در نرخ بهره ۱۰ درصد برابر با ۱/۴ است. شکل (۱۱) رابطه بین قیمت و روو اختیارمعامله و نرخ بهره بدون ریسک را نشان می‌دهد.

با افزایش نرخ بهره در اقتصاد، نرخ رشد مورد انتظار قیمت دارایی نیز می‌تواند افزایش یابد. از طرف دیگر، افزایش نرخ بهره، موجب کاهش ارزش فعلی جریانات نقدی دارندگان اختیار فروش خواهد شد. تأثیر همزمان این دو پدیده، باعث می‌شود با افزایش نرخ بهره، قیمت اختیار فروش کاهش یابد. پارامتر روو اختیار فروش رابطه معکوس بین قیمت اختیار معامله فروش و نرخ بهره را می‌سنجد. با افزایش نرخ بهره بدون ریسک، مقدار پارامتر روو اختیار فروش کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

وقتی سرمایه‌گذار با انتظار افزایش سود و با هدف پوشش ریسک، برگه‌ی اختیار خرید و یا اختیار فروش را خریداری می‌نماید، طبیعتاً بهایی را باید برای خرید برگه‌ی اختیار بپردازد که این قیمت برای اختیارمعامله آسیایی در این پژوهش محاسبه گردید. علاوه بر تخمین قیمت اختیارمعامله، پارامترهای حساسیت (یونانی‌ها) نیز تخمین زده شد. اگرچه بازار اختیارمعامله کنجاله سویا و ذرت و مراحل رسم شده در درخت دوجمله‌ای، برآوردی قطعی از قیمت آتی دارایی مورد نظر ارائه نمی‌دهد، ولی اطلاعات مربوط به عدم ثبات قیمت دارایی را ارائه می‌نماید. عوامل زیادی بر قیمت اختیارمعامله دارایی اثرگذار می‌باشد. قیمت نقدی دارایی، میزان نوسان قیمت دارایی، نرخ بهره بدون ریسک و زمان باقیمانده تا سررسید از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بشمار می‌روند که به کمک پارامترهای حساسیت اختیارمعامله، می‌توان جهت و میزان اثرگذاری آن‌ها را محاسبه نمود. دلتای اختیارمعامله با سنجش حساسیت قیمت اختیارمعامله به تغییر قیمت دارایی پایه، خریدار اختیار را از میزان تغییر در سود یا زیان سرمایه‌گذاری خود و حداکثر زیان ناشی از اعمال نشدن قرارداد اختیار یاری می‌کند. دلتای اختیار خرید مثبت و دلتای اختیار فروش منفی می‌باشد. نوسان پذیری قیمت دارایی به‌عنوان ابزاری برای نشان دادن درجه عدم اطمینان نسبت به تغییرات آتی بازده دارایی بر روی قیمت

اختیار خرید و اختیار فروش تأثیر مستقیم دارد. میـزان ایـن تـأثیر بـه کمک پارامتر وگا سنجیده می‌شود. پارامتر گاما نیز نسبت تغییر دلتـای معرفی شده را به تغییرات قیمت دارایی می‌سـنجد. سـرمایه‌گـذاران و معامله‌گران با اندازه‌گیری پارامتر گاما، میزان نیاز به تغییر و تعـدیل در ترکیب پرتفوی خود که متشکل از دارایی و اختیارمعامله دارایی اسـت، را برای بی‌تفاوت نگه‌داشتن موضع معاملاتی نسبت به ایـن تغییـرات تعیین می‌کنند. هرچه مقدار گامـا کمتـر باشـد، سـرمایه‌گـذار دفعـات کمتـری نیـاز بـه تغییـر و تعـدیل در انـدازه و ترکیـب پرتفـوی دارد. همچنین میزان حساسیت قیمت اختیارات نسبت به کاهش مدت‌زمـان باقی‌مانده تا سررسید اختیار توسط تتا اندازه‌گیری شده اسـت. پـارامتر روو نیز حساسیت قیمت اختیار معامله به نـرخ بهـره بـدون ریسـک را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در نتایج گفته شد، مقدار ایـن پـارامتر در اختیار خرید مثبت و در اختیار فروش منفی می‌باشد.



شکل ۱۱- رابطه نرخ بهره بدون ریسک باارزش اختیار معامله و پارامتر روو
Figure 11- The relationship between Risk-free rate, option price and Rho

به‌طورکلی می‌توان گفت بـرای اتخـاذ یـک موقعیـت مناسـب در اختیارمعامله، لازم است تمام متغیرهای مؤثر بر قیمت را در نظر گرفته و با توجه به میزان حساسیت اختیارمعامله به هر یک از ایـن متغیرهـا، راهبرد مناسبی را برای پوشش ریسـک در نظـر گرفـت. اختیارمعاملـه ابزار مناسبی برای مدیریت ریسک است امـا خـود ایـن ابـزار نیـز بـا ریسک‌هایی همراه می‌باشد. در بازارهای تغییرپذیر که نوسـان‌پـذیری قیمت در آن‌ها زیاد است، ارزش اختیـارات بـه‌سـرعت در حـال تغییـر است. لذا مدیران ریسـک بایـد بـه‌طـور مـنظم ارزش اختیارمعاملـه را بازنگری کرده و استراتژی‌های خود را با ملاحظه این تغییـرات بـه‌روز کنند؛ زیرا چه‌بسا اختیارمعامله‌ای که زمانی بسیار سودآور است در وقت دیگر شدیداً زیان ده باشد. همچنین با توجه به نتایج به‌دسـت آمـده و مقایسه قیمت اختیار آسیایی و قیمت اختیار اروپـایی سـاده، بـه دلیـل ارزان‌تر بودن اختیار آسیایی، این نوع اختیار می‌تواند گزینه مناسب‌تری در بازار محصولات کشاورزی باشد. همچنین اختیار آسیایی بـا قیمـت

انقضای شناور نیز نسبت به اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت برتری دارد؛ چراکه شناور بودن قیمت انقضاء، اثر تعدیل‌کنندگی بر نوسانات قیمت دارد و می‌تواند ریسک تغییرات قیمت در طول دوره قرارداد را کاهش دهد.

منابع

1- Abdolahi M., and Najafi B. 2003. Study the Possibility of using futures and options markets in reduce price volatility in agricultural products in Iran: Case Study pistachios. Agricultural economy and Development, 11 (41-42): 1-25. (In Persian)

2- Box G.E.P., and Jenkins G.M. 1976. Time series analysis: forecasting and control, Revised edition, Holden-day, San Francisco, 45-56.

3- Boyle Ph., and Potapchik A. 2008. Price and sensitivities of Asian options: A survey. Insurance: Mathematics and Economics, 42, 189-211.

4- Carr P., and Madan D. 1999. Option valuation using the fast Fourier transform. Journal of Computational Finance, 2(40), 61-73.

5- Chung S.F., and Wong H.Y. 2014. Analytical pricing of discrete arithmetic Asian options with mean reversion and jump. Journal of Banking & Finance, Accepted Manuscript.

6- Cox J. C., Ross S. A., and Rubinstein M. 1979. Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, 7 (3): 229.

7- Derakhshan M. 2011. Derivatives and Risk Management in markets of Oil. Institute for International Energy Studies.

8- Fusai G., Marena M., and Roncorono A. 2008. Analytical pricing of discretely monitored Asian-style options: Theory and application to commodity markets. Journal of Banking & Finance, 32, 2033-2045.

9- Horvath A., and Medvegyev P. 2016. Pricing Asian Options: A Comparison of numerical and simulation approaches twenty years later. Journal of Mathematical Finance, 6, 810-841.

10- Hosseini S., and Abedi S. 2007. Assessment the role of market components and government policies in determining the price of corn in Iran. Jornal of Agricultural Economics, 1: 21-33. (In Persian)

11- Hull J.C. 2009. Fundamentals of futures and options markets. 7th Edition.

12- Hull J., and White A. 1993. Efficient procedures for valuing European and American path-dependent options. Journal of derivatives, 1, 21-31.

13- Jaakko R., Samu K., Markus K., and Tuomas R. 2014. The pricing of Asian commodity options. Aalto University School of Science, Seminar on Case Studies in Operations Research, Mat-2.4177.

14- Kimiagari A.M., and Afarideh Sani E. 2006. Suggestion a composed option pricing model based on Black-Scholes and Binomial tree models (case study in Tehran stock exchenge). International Journal of Industrial Engineering & Production Research, 19(4): 119-127. (In Persian with English abstract)

15- Mombeini, H., Hashempour, M., and Rowshandel, SH. 2015. Proposing a novel model based on ARIMA technique for forecasting housing price: a case study of Tehran. Iranian Journal of Investment Knowledge, 14(4): 15-28.

16- Moon, K.S., Jeong, Y., and Kim, H. 2016. An efficient binomial method for pricing Asian options. Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research, 2(50), 151-164.

17- Nabavi chashmi A., and Gahsemi Chali J. 2014. Binomial tree used in the calculation of risk-sensitive parameters and options on stock price. Journal of Management, 11(34): 101-119. (in Persian)

18- Soleimani Sarvestani Kh., and Ebrahimi K. 2012. Binomial Tree Method for Asian options in Jump-diffusion Models. 3rd Conference on Financial Mathematics & Applications. Semnan University.

19- Yahyazadeh M., and Hasannejad M. 2006. Feasibility of the utilization option in Iran capital market. Message Management, (17&18): 85-107.

20- Zhanh H. 2009. Pricing Asian options using Monte Carlo methods. Project Report, Uppsala University.